Décio Krause [2]

A Negação Clássica[1]

Resumo
Descrevemos as principais características sintáticas e semânticas da negação clássica.

Palavras-Chave: Negação clássica . Lógica clássica . Negação . Leis lógicas . Caráter empírico da lógica

Abstract
We describe the main syntactic and semantic characteristics of classical negation.

Key-Words: Classical negation . Classical logic . Negation . Logical laws . Empirical character of logic

Introdução

O que é negar? Intuitivamente, é estabelecer o oposto. Se eu digo "Hoje chove", sua negação é simplesmente "Hoje não chove", e a questão parece estar resolvida. No entanto, como quase tudo em filosofia, a resposta não é assim tão simples. A idéia da negação de algo como o que se *opõe* a esse algo, tem um caráter eminentemente informal e intuitivo: parece ser o que *esperamos* (dentro de nossos padrões culturais ocidentais) que a negação seja. Esta concepção intuitiva importa para as considerações em lógica, tendo em vista que

1 Agradeço aos professores Abel Lassalle Casanave e Frank Thomas Sautter pela acolhida em Santa Maria quando do XI Colóquio Cone Sul de Filosofia das Ciências Formais (14 a 18 de Novembro de 2007), e pelo convite para escrever este ensaio, que espero satisfaça suas expectativas.
2 Professor do Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Lógica e Fundamentos da Ciência. Pesquisador do CNPq. E-mail: dkrause@click21.com.br

as leis lógicas (clássicas) aparentemente originam-se precisamente de nossas intuições e interações com nosso contorno imediato. Este será o ponto do qual partiremos neste ensaio. Inicialmente, falamos brevemente sobre a origem das leis lógicas. Depois, veremos de que forma a noção informal de negação deu origem às leis correspondentes da lógica clássica, distinguindo entre os aspectos sintáticos e semânticos da negação (o que poderia ser estendido aos demais conectivos). Finalmente, discorremos brevemente sobre um possível caráter empírico da lógica, e em que isso poderia contribuir para uma discussão mais aprofundada sobre a lógica atual, e em particular do conceito de negação.

As Leis Lógicas: a Negação

Primeiramente, vamos constatar que não dispomos de uma caracterização precisa para o que se possa entender por "lógica clássica". Por este motivo, por lógica clássica, entenderemos o usual cálculo de predicados de primeira ordem com ou sem igualdade, alguns de seus subsistemas, como o cálculo proposicional clássico, ou suas extensões a uma *grande lógica*, como as lógicas de ordem superior (teorias de tipos "clássicas", ramificada ou simples), ou sistemas mais comuns de teoria de conjuntos fundados nessa lógica, como os sistemas Zermelo-Fraenkel, von Neumann-Bernays-Gödel, Kelley-Morse, ou o sistema ML de Quine (da Costa 1982). Creio que poderíamos colocar neste esquema de "grande lógica" até mesmo a teoria de categorias usual, que respeita os pressupostos básicos dessa lógica. É claro que isso não é uma *definição* de lógica clássica, mas serve como uma caracterização preliminar do seu escopo. Esta lógica (ou "estas lógicas") é prolongamento do que denominaremos de *lógica tradicional*, de origem aristotélica (teoria do silogismo). Ademais, como a noção de negação nessa lógica é descrita por um conectivo proposicional, no que se segue ficaremos restritos ao nível proposicional unicamente.

Como se originam as leis lógicas e, em particular, as leis da negação clássica? Newton da Costa, no seu livro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (da Costa 1980), nos recorda o pensamento de Bachelard e de Gonseth, mas também costuma se referir a Federigo Enriques sobre este assunto. Todos esses autores atribuem uma grande influência da geometria grega (e, em menor escala, da aritmética grega) para o estabelecimento das leis da lógica tradicional. Com efeito, a crença de que os objetos geométricos permanecem idênticos a si mesmos é, segundo da Costa, uma das fontes psicológicas e epistemológicas do princípio da identidade (*op.cit.,* p.120). Do mesmo modo, supõe-se que um objeto geométrico não possa ter e não ter uma mesma propriedade, ou que possa ter propriedades contraditórias, idéia que aproxima o princípio da não contradição, e assim por diante. Assim, tudo indica que a lógica tradicional teve origem com a formulação e sistematização de certas categorias conceituais que elaboramos para dar conta do nosso contorno, que se acreditava estar refletido nas descrições alcançadas pela geometria euclidiana, logo, com as noções de objetos hirtos e imutáveis, que permanecem tendo sua identidade, que possuem propriedades e partilham relações com outros objetos, etc.

Se aceitarmos essa idéia, que parece razoável de um ponto de vista intuitivo, qual seria o conceito de negação? Creio ser razoável aceitar que seria aquele que é caracterizado pela semântica usual da lógica (proposicional) clássica. Em termos mais técnicos (que suporemos serem do conhecimento do leitor), uma sentença (ou proposição, já que neste discurso informal não estaremos fazendo essas distinções), A é verdadeira se e somente se sua negação, $\neg A$, não é verdadeira. (ou seja, dada uma valoração υ, tomando valores na álgebra de Boole 2={0,1}, então

$\upsilon(A) = 1$ se e somente de $\upsilon(\neg A) = 0$.[3] (1)

Se aliarmos isso ao item correspondente para a implicação, ou seja, $\upsilon(A \to B) = 1$ se e somente se $\upsilon(A) = 1$ e $\upsilon(B) = 0$, como os demais conectivos podem ser definidos a partir desses, temos caracterizada a lógica proposicional clássica de um ponto de vista semântico. Isso reflete a idéia intuitiva de negação vista acima, mas unicamente ao nível proposicional. Com efeito, da Costa chama a atenção para o fato de que esta definição semântica não dá conta de situações mais gerais, como quando afirmamos que "x é mortal"; como diz este autor, "a negação clássica só pode ser definida rigorosamente pela definição de verdade de Tarski" (da Costa 1980, p.31).

Para caracterizar a negação sintaticamente, podemos proceder de vários modos, assumindo que o conectivo unário $\neg$ é primitivo (os postulados, como dizia Hilbert, "definem implicitamente" o conceito), podemos partir

3 Na verdade, Jean-Yves Béziau mostrou como construir uma lógica que postule (ademais das condições usuais relativas aos outros conectivos), que basta termos a suposição de que *se* $\upsilon(A) = 1$, *então* $\upsilon(\neg A) = 0$ para termos todas as propriedades das negação clássica (Béziau 1999). Uma negação tal que $\upsilon(A) = \upsilon(\neg A) = 1$ é dita *paraconsistente*; se $\upsilon(A) = \upsilon(\neg A) = 0$, é *paracompleta*; se for tanto paraconsistente quando paracompleta, é *não alética*, e é *clássica* se não é nem paraconsistente nem paracompleta (terminologia de F. Miró Quesada –cf. Béziau 1995).

da lógica proposicional positiva intuicionista e adicionamos os postulados seguintes:[4]

$(\neg_1)$ $(A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A)$

(redução ao absurdo intuicionista), obtemos assim a lógica minimal de Kolmogorov-Johansson).

Com este axioma e mais

$(\neg_2)$ $A \wedge \neg A \to B$ ou $\neg A \to (A \to B)$,

obtemos a lógica intuicionista de Brouwer-Heyting. Se finalmente adicionarmos

$(\neg_3)$ $A \vee \neg A$ (terceiro excluído),

obtemos a lógica proposicional clássica, saindo como teorema a redução ao absurdo clássica, a saber, $(\neg A \to \neg B) \to ((\neg A \to B) \to A)$, bem como o princípio da contradição (ou da não contradição), $\neg(A \wedge \neg A)$, e a dupla negação, $\neg\neg A \leftrightarrow A$, bem como todos os demais teoremas da lógica proposicional clássica.

O importante então é a seguinte questão: será que os postulados da negação, que a caracterizam sintaticamente, refletem a noção intuitiva associada a este conceito, e aparentemente tão bem captada pela semântica correspondente vista acima? No caso da negação no nível proposicional, pode ser afirmado positivamente, devido à completude dessa lógica (seus teoremas coincidem com as fórmulas logicamente válidas –verdadeiras por qualquer valoração). De fato, sabemos que toda álgebra de Boole (a contraparte algébrica da lógica proposicional clássica) é isomorfa a uma álgebra de conjuntos (teorema de representação de Stone). Assim, tomemos a álgebra de Boole $2=\{0,1\}$ da semântica acima e seja B um conjunto, com $A \subseteq B$ sendo associado (pelo isomorfismo) ao valor 1. Seu complemento A′, ou seja, o conjunto B–A, corresponde então ao valor 0. Da teoria de conjuntos, sabemos que $t \in A$ se e somente se $t \notin A'$, ou seja, temos uma perfeita identificação com a condição (1) acima. *Negar* é, neste sentido *não pertencer* ou, o que dá no mesmo, *pertencer ao complemento*.

Em seu artigo Béziau 1995, Jean-Yves Béziau comenta como o problema dos paradoxos, que via de regra são associados às contradições, e conseqüentemente à negação, podem ser parafraseados de um modo que não dependam desse conceito, seguindo a técnica da derivação do paradoxo de Curry-Moh-Shaw-Kwey, que não faz uso da negação. Como exemplo (que reproduzimos

4 Supondo a linguagem e a noção de fórmula dadas de modo usual (as fórmulas são representadas pelas letras *A*, *B*, ...), os postulados dessa lógica são os seguintes: $(\to_1)$ $A \to (B \to A)$, $(\to_2)$ $(A \to (A \to B)) \to (A \to B)$, $(\to_3)$ $(A \to (B \to C)) \to (B \to (A \to C))$, $(\to_4)$ $(B \to C) \to ((A \to B) \to (A \to C))$, $(\to_4)$ $A, A \to B / B$.

aqui porque é muito ilustrativo), Béziau exibe o paradoxo do mentiroso, certamente bem conhecido de todos, que pode ser reescrito assim (op.cit.; ver também da Costa 1980, pp.202-3):

(C) Se C é verdadeira, então K

onde K é uma sentença qualquer.

"Se C é verdadeira, então K" é idêntica a (C).

"Se C é verdadeira, então K" é uma sentença verdadeira se e somente se, se C é uma sentença verdadeira, então K.

C é uma sentença verdadeira se e somente se, se C é verdadeira, então K.

Como comenta Béziau, não há contradição, e seguindo a técnica do paradoxo de Curry-Moh-Shaw-Kwey, podemos derivar K, que é uma sentença arbitrária. A derivação é a seguinte, se escrevermos a última sentença acima na forma $C \leftrightarrow (C \rightarrow K)$:

1. $C \leftrightarrow (C \rightarrow K)$	premissa
2. $C \rightarrow (C \rightarrow K)$	de 1
3. $(C \rightarrow K) \rightarrow C$	de 1
4. $C \rightarrow K$	de 2
5. C	de 3 e 4, por modus ponens
6. K	de 4 e 5, por modus ponens.

Assim, há trivialização (a derivação de uma sentença qualquer K) sem o uso da negação. Como salienta Béziau, um dos principais preconceitos acerca da negação, a saber, o de que este conceito desempenha papel essencial na derivação dos paradoxos, pode ser afastado. Do mesmo modo, comenta ele, a negação não influi necessariamente na derivação de outros resultados, como os teoremas da completude da lógica elementar e da incompletude de Gödel, mas não comentaremos isso aqui, sugerindo o artigo citado ao leitor interessado.

O Caráter Empírico da Lógica e a Negação

Se aceitarmos que as leis lógicas têm a origem referida acima, parece razoável (principalmente tendo em vista o caráter matemático das geometrias não-euclidianas) que a lógica não é a priori, mas que tem um certo caráter empírico. Se for assim, será que pode haver sentido em se esperar que as ciências ou a realidade forneçam a possibilidade de dialetização do conceito de negação? As considerações anteriores acerca da natureza das leis lógicas sugerem que podemos afastar a idéia de que a lógica (clássica) é a priori. Com efeito, se fosse a priori, porque deveríamos entender por "lógica" a lógica tradicional de linha aristotélica? Depois, porque deveria ser a priori? A priori para quem ou, com base em que critérios? Claro que poderíamos recuperar aqui toda uma discussão vinda da história da lógica, citando um bom número de autores que se debruçaram sobre este tema, mas não estenderemos a discussão. Porém, aceitando que parte da lógica tem a ver com as formas válidas de raciocínio (ainda que a lógica atual esteja longe de se limitar a isso), devemos atentar para o fato de que há estudos antropológicos que sugerem que certas civilizações e culturas distintas da nossa poderiam argumentar com base em lógicas distintas da usual, que aqui assumiremos se trata da lógica clássica. Não é necessário que busquemos exemplos de tais formas de inferência, em especial no que concerne à negação (ainda que isso fosse interessante), pois estamos falando em tese. Com efeito, no particular caso da negação, sustentar que a negação caracterizada pela lógica clássica é a *verdadeira negação*, e que negações como a intuicionista ou paraconsistente, que o leitor tem oportunidade de ler a respeito nos demais artigos deste volume, não seriam negações propriamente ditas é, como comenta da Costa, "uma argumentação (...) apenas verbal. Seria o mesmo que afirmar que as retas, nas geometrias não-euclidianas, não são realmente retas: que só existe uma espécie de reta, que é a reta euclidiana" (da Costa 1980, p.33). Com efeito, se aceitamos que as leis lógicas podem ter tido origem com as nossas interações com o contorno, impingir à lógica a identificação com lógica clássica é pretender impor a *nossa* forma de argumentação como a verdadeira (se é que de fato raciocinamos em conformidade com a lógica clássica), e particularmente não vejo porque tenha que ser assim. É sabido que houve estudos com os Azande, uma tribo do centro-norte africano, que segundo alguns especialistas teriam uma forma de raciocinar distinta da nossa em pontos essenciais, em particular no tocante à aceitação de contradições e, conseqüentemente, relativamente à negação (Evans-Pritchard 1976; Jennings 1989). Isso é certamente discutível, e em minha opinião particular a forma Zande de aceitar certas premissas sem aceitar a conclusão que se seguiria de acordo com as regras clássicas, talvez possa ser explicada de outro modo; supondo um raciocínio típico sendo formalizado de acordo com as regras da lógica clássica, eles simplesmente não seguiriam a cadeia dedutiva integralmente, que poderia levar a uma contradição, mas parecem interromper o raciocínio quando chegam a um ponto que lhes interessa. Outro exemplo é dado por Viveiros de Castro e suas considerações sobre tribos amazonenses a respeito das ações dos *xamãs* (Viveiros de Castro 2002). Os detalhes teriam que ser vistos com vagar. O que importa é que se há fundamento nas alegações feitas sobre esses povos, poderemos estar diante de formas de negação distintas da usual, clássica. O caráter empírico da lógica pode permitir a dialetização até mesmo deste conceito chave da lógica e do pensamento tradicionais.

Para enfatizar esta idéia, aproveito para relatar uma reportagem que li há alguns anos (infelizmente, perdi a referência) sobre a morte de alguns índios ianomâmis na fronteira entre Brasil e Venezuela. O que me surpreendeu foi que o antropólogo que fazia o levantamento dos mortos deparou-se com o seguinte problema: quando, depois de haver perguntado sobre quem eram os habitantes da aldeia, perguntou a um ianomâmi se havia morrido a pessoa chamada de (estou inventando nomes) "Pássaro Ferido", ele obteve uma confirmação, assim como para a morte de "Luz Radiante". A sua contabilidade foi expressiva, indicando que aparentemente havia morrido muita gente. Posteriormente, constatou-se que "Pássaro Ferido" e "Luz Radiante" tinham o mesmo referente, pois os ianomâmis assumiam personalidades distintas em diferentes situações. No entanto, *para eles*, Pássaro Ferido e Luz Radiante não eram a mesma pessoa, ainda que não permanecessem "tendo essa identidade" (alguma delas) para sempre. Isso, me parece, é um exemplo notável da falha do princípio da identidade, o que mostra mais uma vez que as leis clássicas não precisam se manter necessariamente, e talvez não se mantenham de fato, mesmo nos domínios macroscópicos exceto como idealizações e formas úteis e aproximadas de sistematização do que fazemos ou pensamos.

Há certamente outro tipo de motivação para a busca de leis lógicas que divirjam das leis clássicas, como o puro interesse filosófico. Conforme o célebre dito de Hilbert, o matemático (e o lógico) deve analisar todos os sistemas logicamente possíveis, e não unicamente aqueles que estejam perto da intuição. Assim, motivados pelo que se realizou em geometria, com o surgimento das geometrias não euclidianas, vários filósofos como Łukasiewicz e Vasiliev sugeriram a possibilidade de se dialetizar (questionar) o princípio da não contradição (veja da Costa 1980), enquanto que Zich   e outros fizeram o mesmo com respeito ao princípio da identidade, ainda que suas idéias não tenham alcançado a devida divulgação. Com respeito à negação clássica, creio que somente os intuicionistas tiveram a ousadia de negar radicalmente um de seus princípios básicos, a lei do terceiro excluído.

No entanto, pelo menos na contemporaneidade, a lógica não pode ficar restrita a analisar formas de inferência, mas deve dar conta da matemática e, por conseqüência, das ciências que se alicerçam ou fazem uso dessa matemática (para uma idéia do que se considera "lógica" hoje, veja o verbete *Logic and*

Foundations da *Mathematics Subject Classification* –AMS 2000). Se levarmos em conta a ciência, que tem nos afastado significativamente de nosso domínio intuitivo principalmente quando vai a grandes escalas astronômicas ou ao mundo do microcosmo, podemos ter outras razões (além das antropológicas) para questionar as leis clássicas. Um exemplo típico é o surgimento das lógicas quânticas após o trabalho pioneiro de von Neumann e Birkhoff de 1936, que questionaram a validade das leis distributivas típicas de uma álgebra de Boole. A *negação quântica*, no entanto, caracterizada pela operação de complementação em um reticulado ortomodular complementado (não distributivo), obedece a leis que se assemelham às clássicas.

No que se refere à negação clássica, ela pode ser usada para definir outras formas de negação, como ilustra o seguinte exemplo, que considera a noção de complementaridade, cara à filosofia de Niels Bohr. Há uma enorme discussão na literatura que procura investigar o que Bohr queria *de fato* dizer com essa expressão, já que seus escritos não são claros a esse respeito. Porém parece haver um consenso de que proposições complementares são aquelas que devem ser ambas aceitas para a descrição completa de certo fenômeno, mas que não podem ser tomadas em conjunto, pois levariam a uma contradição. Mas elas não são meramente a negação uma da outra. Em da Costa e Krause 2006, propusemos uma análise no seguinte sentido, usando uma lógica não adjuntiva (ou seja, a conjunção de suas proposições A e B nem sempre é derivável, isto é, apesar de A e B serem teoremas, sua conjunção $A \wedge B$ pode não ser). A lógica em questão, denominada de *paraclássica*, é definida como tendo a mesma linguagem da lógica proposicional clássica, apenas a noção de dedução é outra; mais precisamente, se $\vdash$ é o símbolo de dedução clássico, definido como e hábito, a dedução paraclássica, denotada $\vdash_p$, é definida do seguinte modo. Se Γ é um conjunto de sentenças e X é uma sentença, dizemos que *deduzimos paraclassicamente* X de Γ, em símbolos, $\Gamma \vdash_p X$, se uma das seguintes condições ocorrer: (i) $X \in \Gamma$, (ii) X é uma tautologia da lógica proposicional clássica, ou (iii) existe um subconjunto Δ de fórmulas, consistente relativamente à dedução clássica (ou seja, de Δ não se deduz "classicamente" duas proposições contraditórias), tal que $\Delta \vdash X$. Definimos então como complementares aquelas proposições R e S para as quais existe uma proposição T tal que $R \vdash_p T$ e $S \vdash_p \neg T$, ou seja, de R como hipótese, derivamos paraclasssicamente T e de S como hipótese, derivamos $\neg T$. Claro que um conjunto de fórmulas como $\{R, \neg R\}$ é inconsistente "classicamente", mas não é "paraclassicamente". Deste modo, temos uma outra forma de negação, mais fraca, que podemos denominar de *complementar*, mas que para sua definição faz-se uso da negação clássica.

Tudo isso mostra, ou pelo menos indica, que o conceito clássico de negação está implícito em nossa forma informal de pensar, ainda que como quase todos os conceitos, se nos aprofundarmos devidamente em suas conseqüências e caracterizações, vejamos que há importantes questões a serem debatidas. O que importa é percebermos que, sem negar, nem mesmo podemos raciocinar de modo expressivo.

Referências Bibliográficas

AMS 2000, American Mathematical Society, Mathematics Subject Classification, http://www.ams.org/msc/03-xx.html.

Aristóteles. Categories, trad. de E. M. Edghill, http://ebooks.adelaide.edu.au/a/aristotle/categories/

Avron, A.. "Negation: two points of view", in Gabbay, D. M. and Wansing, H. (eds.), What is Negation?, Dordrecht: Kluwer Ac. Pu. (Applied Logic Series), 1999, 3-22.

Béziau, J. –Y., "Classical negation can be expressed by one of its halves", Logic Journal of the Interest Group in Pure and Applied Logics, 7, 1999, 145-151.

________. "Negation: what it is & what it is not", Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática 2a. Série, n.1/2, 1995, 37-43.

da Costa, N. C. A.. "Statement of Purpose" (to the Journal of Non Classical Logic), Journal of Non Classical Logic 1 (1), 1982, i-v.

________. Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica, São Paulo, Hucitec e EdUSP, 1980.

Dawid, R.. "Scientific realism in the age of string theory", 2007: https://eldorado.uni-dortmund.de/handle/2003/24724.

Simpson, T. M.. Linguagem, Realidade e Significado, trad. Paulo Alcoforado, Livraria Francisco Alves e EdUSP, 1976.

Evans-Pritchard, E. E.. Bruxaria, Oráculos e Magia entre os Azande, Rio, Jorge Zahar, 2004.

Jennings, R. C.. "Zande logic and western logic", The British Journal for the Philosophy of Science 1989 40(2), 275-285

Manin, Yu. I., 1981. Mathematics and Physics, Boston, Birkäuser.

Viveiros de Castro, E. B. A Inconstância da Alma Selvagem e outros ensaios de Antropologia, São Paulo, Cosac & Naify, 2002.

da Costa, N.C.A. and Krause, D., "The logic of complementarity", in J. van Benthem, G. Heinzmann, M. Rebushi and H. Visser (eds.), The Age of Alternative Logics: Assessing Philosophy of Logics and Mathematics Today, Springer 2006, 103-120.